В.В. Лебедев
Профессор кафедры управления образовательными системами МПГУ, профессор кафедры управления развитием образовательных систем МИОО, к.п.н., доцент

Технология решения текстовых задач: от начальной до старшей школы

(Журнал Педагогический технологии. М. 2010 № 2

В школьном курсе математики решение текстовых задач считается одним из самых сложных для восприятия и усвоения учащимися разделов. С нашей точки зрения это связано с недостаточной разработанностью аналитического аппарата, который бы позволял рассматривать любую текстовую задачу как систему, в независимости от того является ли она задачей на количество, движение, на работу, на смеси или сплавы, на проценты и т.д.

Как известно система задается содержанием, структурой, функциями и целью [1] ради которой это система создана или возникла.

Решить задачу возможно лишь в том случае, когда мы полностью ее поймем. Но понимание, неразрывно связано с познанием, а «для того, чтобы познать тот или иной предмет нужно познать весь набор его связей», утверждает Ю.В. Громыко [2. С. 371]. Усиливая это высказывание, он говорит о том, что «познать – это значит конструктивно создать» [3. С.100]

Конструктивное создание чего-либо возможно в том случае, когда нам известен сам объект конструирования, известны нужные для конструирования элементы их характеристики, значения, характер их взаимосвязей и, наконец, известна технология, которая описывает сам процесс конструирования.

Под технологией мы понимаем оптимизированную, структурированную, ясно процессуально описанную, воспроизводимую в определенных условиях деятельность, приводящую деятеля к конкретным результатам.

Итак, текстовая задача, для того, чтобы ее решить нам нужно из данного текста сконструировать ее как систему и **первое**, что нам нужно узнать к какому типу она относится, что в ней описывается отношения (больше – меньше и т.д.) или действия, процессы (движение, работа, и т.д.)

После этого, определяем первый набор элементов в задаче как системе – это **участники** контекста задачи. Т.е. корзины с набором фруктов, карандаши у Маши и Оли, машина и велосипед, поезда, амфибии и самолеты; рабочие и землеройки, станки и роботы; сплавы цинка и меди, раствор соли и спирта и т.д.

Третий этап конструирования - действие, производимое участником или с участником, в свою очередь рассматриваем как систему. Действие в зависимости от его характера определяется соответствующими элементами, которые называются компонентами:

- **скорость V, время t, путь S –**движения;
- ***производительность T, время t, объем работы V –***работы**;**
- **объем смеси V^0, объем вещества в смеси $V^в$, объемная концентрация вещества в смеси $c^в$, процентная, объемная концентрация вещества в смеси $p^в$ % -** смеси, сплава, раствора …;
- **и т.д.**

Кроме того, содержание задачи может отражать различные **изменения, которые** происходят в процессах, значениях компонентов участников или наложение на них, каких либо ограничений: увеличилась или уменьшилась скорость движения, известно время до встречи; сначала работали вместе затем последовательно, увеличилась производительность труда и т.д. Каждое такое изменение характеризует свою подсистему, состоящую из **участников** и соответствующих значений **компонентов**. Назовем эти подсистемы **состояниями.**

Тогда общую систему задачи можно представить в виде схемы взаимосвязей компонентов ее участников и их состояний, которую мы представляем в табличном виде (таб.1) :

Таб. 1 схема взаимосвязей компонентов ее участников и их состояний

Тип задачи	**Участник 1**	**Участник 2**
Состояние 1	Компоненты$^1_1$	Компоненты$^2_1$
Состояние 2	Компоненты$^1_2$	Компоненты$^2_2$

Структура системы определяется характером взаимосвязи между ее элементами. Таким образом, для полного раскрытия системы задачи нам необходимо определить взаимосвязи:

1. **Между компонентами у каждого участника в каждом состоянии;**

   Назовем их ***вертикальными*** *взаимосвязями. Почему именно так будет видно из ниже рассматриваемых задач.*

2. **Между компонентами участников в каждом состоянии;**

   Назовем их ***горизонтальными*** *взаимосвязями или* ***уравнивающими****.*

3. **Между компонентами у каждого участника в различных состояниях;**
4. **Между компонентами участников в различных состояниях.**

Необходимость поиска взаимосвязей между компонентами участников в каждом состоянии требует ввести в еще один элемент в систему задачи, назовем его **взаимосвязь** (или общее). Теперь наша таблица системы задачи будет выглядеть следующим образом (таб.2):

Таб. 2 полная схема взаимосвязей компонентов ее участников и их состояний

Тип задачи	**Участник 1**	**Участник 2**	**Взаимосвязь (общее)**
Состояние 1	$Компоненты^1_1$	$Компоненты^2_1$	$Компоненты^в_1$
Состояние 2	$Компоненты^1_2$	$Компоненты^2_2$	$Компоненты^в_2$

В зависимости от типа задачи таблица, описывающая ее систему примет соответствующий вид. Например, для задачи на движение (таб.3):

Таб. 3 задача на движение
общая схема взаимосвязей компонентов ее участников и их состояний

Движение	**Участник 1**	**Участник 2**	**Взаимосвязь (общее)**
Состояние 1	$V^1_1 =$ $t^1_1=$ $S^1_1=$	$V^2_1 =$ $t^2_1=$ $S^2_1=$	$V^в_1 =$ $t^в_1=$ $S^в_1=$
Состояние 2	$V^1_2 =$ $t^1_2 =$ $S^1_2 =$	$V^2_2 =$ $t^2_2=$ $S^2_2=$	$V^в_2 =$ $t^в_2=$ $S^в_2=$

В данном типе задач, процесс движения каждого участника описывают три компонента. Для того, чтобы найти значение любого из них нам необходимо знать значения любых двух остальных компонентов. В традиционном подходе при решении текстовых задач для реализации этого положения вводятся неизвестные величины - “x”, “y” и т.д. Мы используем следующий подход – пусть, например: S^1_2 и S^2_2 (указываем какие либо из компонентов) **как будто бы известны** и дальше работаем над задачей, исходя из этого. Такое допущение позволяет уменьшить количество буквенных обозначений, но оно не является критичным и поэтому, в зависимости от личных предпочтений можно вводить неизвестные величины - “x”, “y” и т.д..

Рассмотрим применение технологии решения текстовых задач на конкретных примерах.

Задача 1

Между домом кролика и лиса существовала прекрасная дорога в 50км. Как-то так случилось, что они одновременно пошли в гости друг к другу. Вообще-то они не пошли, а побежали. Через 5 часов, увлеченные представлением приятного времяпрепровождения в гостях, они проскочили мимо друг друга, рассеянно сказав «привет». Кролик, задумавшись над тем, неуловимо знакомым только, что промелькнувшим мимо него снизил свою скорость на 1 км/ч. Лис почуяв, что-то из того, что ему грезилось, увеличил скорость на 1км/ч. Каково же было их разочарование, когда они не застали друг друга дома. Причем, у лиса это разочарование наступило на 2 часа позже, чем у кролика. С какой скоростью двигался кролик?

Первым шагом конструирования системы задачи мы определяем ее тип – задача на движение (***индикаторы*** – есть слова описывающие процесс движения: пошли, побежали; есть слова – скорость, время) .

Второй шаг – уточняем компоненты и взаимосвязь между ними:

V – скорость;

t – время;

S – путь;

$$S = V \cdot t$$

Третий шаг – определяем участников движения.

Сколько и кто: два участника движения – кролик, лис

Четвертый шаг – определяем состояния.

Сколько их, и какие они: **два – до встречи, после встречи** (***индикатор*** **–** изменения в компонентах: увеличил, уменьшил скорость и т.д.)

Пятый шаг организуем таблицу для дальнейшего анализа и конструирования системы задачи.

Движение	**Кролик 1**	**Лис 2**	**Взаимосвязь (общее)**
Состояние1 До встречи	$V^1{}_1 =$ $t^1{}_1=$ $S^1{}_1=$	$V^2{}_1 =$ $t^2{}_1=$ $S^2{}_1=$	$V^{в}{}_1 =$ $t^{в}{}_1=$ $S^{в}{}_1=$
Состояние 2 После встречи	$V^1{}_2 =$ $t^1{}_2 =$ $S^1{}_2 =$	$V^2{}_2 =$ $t^2{}_2=$ $S^2{}_2=$	$V^{в}{}_2 =$ $t^{в}{}_2=$ $S^{в}{}_2=$

После построения таблицы еще раз читаем текст задачи и заносим в нее конкретные значения компонентов – **шестой шаг**.

Движение	**Кролик 1**	**Лис 2**	**Взаимосвязь (общее)**
Состояние1 До встречи	$V^1{}_1 =$ $t^1{}_1= 5$ $S^1{}_1=$	$V^2{}_1 =$ $t^2{}_1= 5$ $S^2{}_1=$	$V^{в}{}_1 =$ $t^{в}{}_1=$ $S^{в}{}_1= 50$
Состояние 2 После встречи	$V^1{}_2 =$ $t^1{}_2 =$ $S^1{}_2 =$	$V^2{}_2 =$ $t^2{}_2=$ $S^2{}_2=$	$V^{в}{}_2 =$ $t^{в}{}_2=$ $S^{в}{}_2=$

Для того, чтобы облегчить восприятие анализа и конструирования системы задачи мы будем переходить от одной таблицы к другой, нумеруя наши рассуждения, хотя в обычной ситуации весь анализ производится в одной таблице.

Для того, чтобы заполнить все значения в подсистеме первого состояния нам необходимо ввести значения компонентов, которые мы **как бы знаем**. Пусть это будет скорость кролика - $\mathbf{V^1}$. Тогда, имеем (в скобках цифрами мы проставляем последовательность наших рассуждений).

Движение	**Кролик 1**	**Лис 2**	**Взаимосвязь (общее)**
Состояние1 До встречи	$V^1{}_1 = \mathbf{V^1}$ $t^1{}_1 = 5$ $S^1{}_1 = 5\mathbf{V^1}$ (**1**)	$V^2{}_1 = \frac{50 - 5V^1}{5}$ (**3**) $t^2{}_1 = 5$ $S^2{}_1 = 50 - 5\mathbf{V^1}$ (**2**)	$V^{в}{}_1 =$ $t^{в}{}_1 =$ $S^{в}{}_1 = 50$
Состояние 2 После встречи	$V^1{}_2 =$ $t^1{}_2 =$ $S^1{}_2 =$	$V^2{}_2 =$ $t^2{}_2 =$ $S^2{}_2 =$	$V^{в}{}_2 =$ $t^{в}{}_2 =$ $S^{в}{}_2 =$

В первом состоянии все возможные значения найдены, используя взаимосвязь между компонентами участников в разных состояниях и текст задачи, находим компоненты второго состояния.

Движение	**Кролик 1**	**Лис 2**	**Взаимосвязь (общее)**
Состояние1 До встречи	$V^1{}_1 = \mathbf{V^1}$ $t^1{}_1 = 5$ $S^1{}_1 = 5V^1$(**1**)	$V^2{}_1 = \frac{50 - 5V^1}{5}$(**3**) $t^2{}_1 = 5$ $S^2{}_1 = 50 - 5V^1$(**2**)	$V^{в}{}_1 =$ $t^{в}{}_1 =$ $S^{в}{}_1 = 50$
Состояние 2 После встречи	$V^1{}_2 = \mathbf{V^1} - 1$ (**4**) $t^1{}_2 = \frac{50 - 5V^1}{V^1 - 1}$(**8**) $S^1{}_2 = 50 - 5V^1$ **(6) из (2)**	$V^2{}_2 = 11 - V^1$ (**5**) $t^2{}_2 = \frac{5V^1}{11 - V^1}$ **(9)** $S^2{}_2 = 5V^1$ **(7) из (1)**	$V^{в}{}_2 =$ $t^{в}{}_2 = t^2{}_2 - t^1{}_2 = 2$ (**10**) $S^{в}{}_2 =$

(**4**) и (**5**) получены из анализа взаимосвязи **компонентов у каждого участника в различных состояниях и** условия задачи. **(6) и** (**7**) из анализа взаимосвязи **компонентов участников в различных состояниях и** условия задачи **. (8)** и **(9)** на основе взаимосвязи **между компонентами у каждого участника в состоянии 2.** (**10**) из условия задачи.

На основании (**10**), **(8)** и **(9)** имеем уравнение: $2=\frac{5V^1}{11-V^1}-\frac{50-5V^1}{V^1-1}$,

решив которое получаем V^1 = 6 км/ч

Ответ: 6 км/ч.

Можно отметить, что уравнения формируются из взаимосвязей между компонентами участников в каком либо из состояний. По этому мы и назвали эти взаимосвязи **горизонтальными или уравнивающими**.

На учащихся производит большое впечатление, когда они понимают, что для анализа и конструирования системы задачи нет особой разницы в том, какой или какие значения компонентов принять за **как бы известные величины.** Еще больше их интригует возможность по полностью сконструированной системе задачи составлять свои задачи, переходить от одной задачи к другой. Эту возможность составления обратных задач мы продемонстрируем на задачах изучаемых в начальной школе.

Рассмотрим теперь анализ и конструирование системы задачи на работу.

Задача 2

Два тролля докопаются до спрятанного в горе сокровища за 12 дней, работая вместе. Если же они будут работать по принципу, ты сделай половину, а потом я сделаю свою половину, то им понадобятся 25 дней. Сколько дней, потребуется каждому из них, чтобы в одиночку добраться до сокровища?

1. **Задача на работу** (***индикаторы*** – слова работая вместе, время – 12 дней и т.д.)
2. **Компоненты**
   T – производительность;
   t – время;
   V – объем произведенной работы.
   Взаимосвязи
   $V=T\cdot t$
3. Сколько участников работы? Два – тролль 1, тролль 2
4. Сколько возможных состояний в работе? Три:

a) совместная (**параллельная**) работа;
b) поровну произведённая работа (**последовательная работа**);
c) каждый сам за себя (**индивидуальная работа**)

5. Значения величин, которые **как будто бы известны - T_1, T_2**

Работа	**Тролль 1**	**Тролль 2**	**Взаимосвязь (общее)**
Состояние 1 параллельная работа	$\mathbf{T^1}$ $t^1{}_1 = 12$ $V^1{}_1 = 12\,\mathbf{T^1}$ **(2)**	$\mathbf{T^2}$ $t^2{}_1 = 12$ $V^2{}_1 = 12\,\mathbf{T^2}$ **(3)**	$T^в{}_1 = \mathbf{T^1 + T^2}$ **(1)** $t^в{}_1 = 12$ $V^в{}_1 = 12(\mathbf{T^1 + T^2})$ **(4)**
Состояние 2 последовательная работа	$\mathbf{T^1}$ $t^1{}_2 = 6(\mathbf{T^1 + T^2})/\,\mathbf{T^1}$ **(8)** $V^1{}_2 = 6(\mathbf{T^1 + T^2})$ **(6)**	$\mathbf{T^2}$ $t^2{}_2 = 6(\mathbf{T^1 + T^2})/\,\mathbf{T^2}$ **(9)** $V^2{}_2 = 6(\mathbf{T^1 + T^2})$ **(7)**	$T^в{}_2 =$ $t^в{}_2 = t^1{}_2 + t^2{}_2 = 25$ **(10)** $V^в{}_2 = 12(\mathbf{T^1 + T^2})$ **(5)**
Состояние 3 индивидуальная работа	$\mathbf{T^1}$ $t^1{}_3 = 12(\mathbf{1 + T^2 / T^1})$ **(14)** $V^1{}_3 = 12(\mathbf{T^1 + T^2})$ **(12)**	$\mathbf{T^2}$ $t^2{}_3 = 12(\mathbf{T^1 / T^2 + 1})$ **(15)** $V^2{}_3 = 12(\mathbf{T^1 + T^2})$ **(13)**	$T^в{}_3 =$ $t^в{}_3 =$ $V^в{}_3 = 12(\mathbf{T^1 + T^2})$ **(11)**

Из (10) с учетом (14) и (15) имеем

$$\frac{6(T_1+T_2)}{T_1} + \frac{6(T_1+T_2)}{T_2} = 25 \Rightarrow 6(1+\frac{T_2}{T_1}) + 6(1+\frac{T_1}{T_2}) = 25$$

Пусть $\frac{T_1}{T_2} = к$, тогда $6(1+\frac{1}{к}) + 6(к+1) = 25 \Rightarrow 6к^2 - 13к + 6 = 0 \Rightarrow к_1 = \frac{2}{3}; к_2 = \frac{3}{2}$

Таким образом, $t^1{}_3 = 20$, $t^2{}_3 = 30$, *если производительность первого тролля выше, чем у второго.*

Ответ: 20; 30.

Как мы видим, в задаче есть *неопределенность*, что приводит к еще одному аспекту анализа системы на достаточность условия.

Рассмотрим задачу на сплавы и смеси.

Задача 3.
Алиса, будучи в зазеркалье нашла две плошки смеси божьего дара с яичницей. Одна из них содержала a% - божьего дара, а вторая b% . В каком отношении Алиса должна взять эти смеси, чтобы при перемешивании получить новую смесь с массовым процентным содержанием божьего дара в g%.

1. Задача на смеси (индикатор слова – смеси, перемешать и т.д.)

2. **Компоненты**
   - V_0 – общий объём или m_0 – общая масса
   - V_1 , V_2 ,… V_n – объёмы веществ составляющих раствор;
   - m_1 , m_2 ,… m_n – массы веществ составляющих сплав;
   - c_1, c_2,… c_3 – объёмные концентрации веществ;

   p_1%, p_2%, … p_n% – объёмная (массовая) процентная концентрация веществ в растворе (сплаве).

   Взаимосвязи
   1. $m_0 = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n$
   2. $\frac{m_n}{m_0} = \mathbf{c_n}$
   3. $\mathbf{c_1 + c_2 + c_3 + \ldots + c_n} = 1$
   4. $\mathbf{c_n} \times 100\% = p_n\%$

      $p_1\% + p_2\% + \ldots + p_n\% = 100\%$

3. Сколько участников? (Сколько смесей участвует в задаче их названия) – Три: Смесь –1. Смесь – 2. Новая смесь – 3.
4. Сколько состояний? – одно.
5. Компоненты значения, которых как бы известны – масса первой- $\mathbf{m^0_1}$ и второй - $\mathbf{m^0_2}$ смеси, взятые для получения смеси с массовым процентным содержанием божьего дара в g%.

Так как нас будет интересовать божий дар, то мы обозначим его - бд

Смеси	**Смесь 1**	**Смесь 2**	**Смесь 3**
Состояние 1	$\mathbf{m^0_1}$ $m^{бд}_1 = \mathbf{m^0_1} \cdot a/100$ **(7)** $c^{бд}_1 = a/100$ **(4)** $p^{бд}_{1\%} = a\%$ **(1)**	$\mathbf{m^0_2}$ $m^{бд}_2 = \mathbf{m^0_2} \cdot b/100$ **(8)** $c^{бд}_2 = b/100$ **(5)** $p^{бд}_{2\%} = b\%$ **(2)**	$m^0_3 = \mathbf{m^0_1 + m^0_2}$ **(11)** $m^{бд}_3 = \mathbf{m^0_3} \cdot g/100$ **(9)** = $= m^{бд}_1 + m^{бд}_2$ **(10)** $c^{бд}_3 = g/100$ **(6)** $p^{бд}_{3\%} = g\%.$**(3)**

Из (10), (9),(11) имеем $\mathbf{(m^0_1 + m^0_2)} \cdot g/100 = \mathbf{m^0_1} \cdot a/100 + \mathbf{m^0_2} \cdot b/100 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \mathbf{m^0_1} \cdot (g - a) = \mathbf{m^0_2} \cdot (b - g) \quad \Rightarrow \mathbf{m^0_1 / m^0_2} = (b - g) / (g - a)$$

Мы не будем подробно останавливаться на анализе возможных значений a, b,g так как это не является целью нашей статьи.

Как мы видим из рассмотренных задач все они решаются с использованием рассматриваемой технологии, ориентированной на конструирование системы задачи, через выделение всех ее элементов и нахождения взаимосвязи между соответствующими компонентами.

Возникает вопрос, как данная технология решения текстовых задач может быть осуществлена в начальной школе.

В начальной школе основные классы задач связаны с количественным отношением.

Рассмотрим их на примере задачи 4 класса.

Задачи 4 класса на количественные соотношения.
Если:

- Ч – число участников;
- К – количество **чего-то** в одном участнике;
- В – все количество **чего-то** во всех участниках, то мы имеем следующую взаимосвязь
- В = Ч·К

Схема анализа и конструирование системы задачи проводится аналогично тому, как сделано выше.

1. Прочитать задачу
2. Определить тип задачи: на количество, на движение, на проценты, ……
3. **Определить компоненты и взаимосвязи характерные для данного типа задач.**
4. Определить участников задачи. **Участники: А, В, (индикатор – с ними происходят изменения)**
5. Построить таблицу взаимосвязи компонентов для всех участников.

1 участник	2 участник	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$=	$Ч_2$=	$Ч_в$=
$К_1$=	$К_2$=	$К_в$=
$В_1$ =	$В_2$ =	$В_в$ =

6. Заполнить таблицу значениями величин из текста задачи.
7. Используя взаимосвязи найти значения остальных величин.

Задача.

Со склада в один магазин отправили 3 машины муки, а в другой магазин – 5 машин. Во второй магазин отправили на 40 центнеров муки больше, чем в первый магазин. Сколько центнеров муки отправили в каждый магазин?

1.

2. Задача на количество.
3. Ч, К, В, В = Ч·К
4. Участники: машины, мука.
5.

Машины в 1 маг.	Машины в 2 маг	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$= 3	$Ч_2$= 5	$Ч_в$=
К=	К=	К=
$В_1$ =	$В_2$ =	$В_в$ = $В_2$ - $В_1$ =40

6. В столбце общее **виды связи совпадают**, таким образом, подставляем $Ч_в$= $Ч_2$ - $Ч_1$ =2 или сразу $Ч_в$= 5- 3 =2

Машины в 1 маг.	Машины в 2 маг	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$= 3	$Ч_2$= 5	$Ч_в$=5- 3 =2 (1)
К=	К=	К=
$В_1$ =	$В_2$ =	$В_в$ = $В_2$ - $В_1$ =40

7. По формуле или из объяснения, которое используется в 4 классе находим К= 40:2=20

Машины в 1 маг.	Машины в 2 маг	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$= 3	$Ч_2$= 5	$Ч_в$=5- 3 =2
К=	К=	К=40:2=20 (2)
$В_1$ =	$В_2$ =	$В_в$ = $В_2$ - $В_1$ =40

8.

Подставляем значение К (К для всех участников одинаково) и находим по формуле из взаимосвязи остальные компоненты, значения величин

Машины в 1 маг.	Машины в 2 маг	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$= 3	$Ч_2$= 5	$Ч_в$=5- 3 =2
К=20 (3)	К=20 (4)	К=40:2=20
$В_1$ =3·20=60 (5)	$В_2$ =5·20=100 (6)	$В_в$ = $В_2$ - $В_1$ =40

Вместе с учащимися можно построить различные тексты задач на основе заполняемой сначала таблицы. Например: пусть обе машины перевезли 160 центнеров муки. Тогда:

Машины в 1 маг.	Машины в 2 маг	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$= 3	$Ч_2$= 5	$Ч_в$=
К=	К=	К=
$В_1$ =	$В_2$ =	$В_в$ = $\mathbf{В_2 + В_1 =160}$

(в скобках последовательность анализа и решения)

Машины в 1 маг.	Машины в 2 маг	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$= 3	$Ч_2$= 5	$Ч_в$=5+ 3 =8 **(1)**
К=20 **(3)**	К=20 **(4)**	К=160:8=20 **(2)**
$В_1$ =3·20=60 **(5)**	$В_2$ =5·20=100 **(6)**	$В_в$ = $В_2$ + $В_1$ =160

Теперь можно сформулировать текст этой задачи.

Или такие задачи

Машины в 1 маг.	Машины в 2 маг	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$=	$Ч_2$=	$Ч_в$**=** $\mathbf{Ч_2}$ **-** $\mathbf{Ч_1}$ **=2**
К=	К=	К=
$В_1$ =**60**	$В_2$ =**100**	$В_в$ =

Машины в 1 маг.	Машины в 2 маг	Взаимосвязи, общее
$Ч_1$= **3**	$Ч_2$=	$Ч_в$= $\mathbf{Ч_2}$ **-** $\mathbf{Ч_1}$ **=2**
К=	К=	К=
$В_1$ =	$В_2$ =	$В_в$ = $\mathbf{В_2}$ **-** $\mathbf{В_1}$ **=40**

И т.д.

Начиная с первого класса, учащиеся учатся решать задачи на отношение больше-меньше. Рассмотрим процедуру их анализа и решения.

Задача.

Встретилась девочка-принцесса и мальчик-принц. Принцессы приехала на карете, которую везли 6 прекрасных коней. У принцессы было на два коня больше чем у принца. Сколько коней везли карету принца.

1. Задача **на отношение** больше-меньше (***индикатор*** есть слова – больше или меньше)
2. **Участники** – кони принцессы и кони принца – $К_м$, $К_д$ (***индикатор*** участников – есть изменения)
3. **Сравниваем** – $K_д > K_м$
4. Записываем **известные значения** $\underset{6}{K_д} \overset{на\,2}{>} \underset{?}{K_м}$

В записи $К_д > К_м$ меньше всегда находится вычитанием (индикатор – с учетом предлога «на»), большее сложением. Это оформляется следующим образом:

$$\underset{6}{К_д} + \overset{на\,2}{>} - \underset{?}{К_м}$$

5. Отсюда **находим искомое значение**.

$$\underset{6}{К_д} + \overset{на\,2}{>} - \underset{6-2}{К_м}$$

6. **Ответ**: у принца 4 коня.

Обратные задачи составляются аналогично тому, как мы рассматривали выше. В схеме $\underset{6}{К_д} + \overset{на\,2}{>} - \underset{4}{К_м}$ вместо известного значения вставляем ?, решаем задачу и формулируем текст.

Данный тип задач является ядром для усложненных задач на отношение больше-меньше. Например, вопрос в этой задаче мог быть сформулирован следующим образом: Сколько коней везли кареты принцессы и принца?

Задачи с предлогом «в» … больше-меньше, решаются точно также.

Результаты обучения учащихся решению текстовых задач по этой технологии в рамках образовательной технологии «Достижение прогнозируемых результатов» доказывают ее эффективность как с точки зрения сокращения времени, за которое учащиеся присваивали соответствующую деятельность, прочность сформированного умения, так и с точки зрения развития учащихся, которое проявляется в решении не стандартных текстовых задач.

Ваши вопросы ВЫ можете задать по e-mail: vdbL@yandex.ru

Литература

1. Анохин П.К. Принципиальные вопросы общей теории функциональных систем М. 1973 г.
2. Гальперин П.Я. Лекции по психологии М., 2002
3. Громыко Ю.В. «Введение в теорию мышления и деятельность» М.: Пушкинский институт 2005.
4. Громыко Ю.В. «Онтология нового времени» М.: Пушкинский институт 2005.
5. Лебедев В.В. Образовательная технология «Достижение прогнозируемых результатов» М.: АПКиППРО, 2005
6. Лебедев В.В. Технология развития образовательной деятельности учителя М.: АПКиППРО, 2007,2008
7. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний М., 1984